

## 2.7. Примеры расчета турбулентного пограничного слоя

### Пример 1.

Рассчитать трение и теплообмен на поверхности конуса, обтекаемого осесимметричным потоком воздуха с параметрами, соответствующими высоте 10 000 м ( $\rho = 198,2$  мм рт. ст.,  $t = -50^\circ \text{C}$ ) при  $M = 6$ . Угол при вершине  $2\omega = 20^\circ$ . Температура поверхности  $600^\circ \text{C}$ .

*Параметры газа за ударной волной определяем по диаграммам работы [32].*

Угол наклона скачка к оси конуса  $\beta_{\text{СК}} = 14^\circ$ . У поверхности конуса

$$\frac{\omega_0}{\omega_{00}} = 0,975; \frac{\rho_0}{\rho_\infty} = 2; \frac{T_0}{T_\infty} = 1,37; M_0 = 4,97.$$

Параметры газа вдоль поверхности конуса считаем неизменными. Тогда имеем

$$\omega_0 = 1750 \text{ м/сек}; \rho_0 = 0,084 \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}^2}{\text{м}^4}; T_0 = 306^\circ \text{K};$$

$$\mu_0 = 1,93 \cdot 10^{-6} \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2}.$$

*Выбор точки перехода от ламинарного режима к турбулентному.*

Вопрос об устойчивости ламинарного пограничного слоя является одним из сложных и недостаточно разработанных. Существующие теоретические исследования ламинарного пограничного слоя, основанные на методе малых возмущений, могут дать только качественные результаты. В табл. 2.4 указаны границы перехода от ламинарного режима к турбулентному по имеющимся экспериментальным данным. Можно отметить

Автор	Источник	Угол конуса, град	M
<i>Laufer, Marte</i>	[3]	5	1,79 2,55 4,5
<i>Lange, Giseler, Lee</i>	I. Aeronaut. Sci., 1953, vol. 20, № 12, p. 718	5	1,9—4,2
<i>Van Driest</i>	I. Aeronaut. Sci., 1957, № 12	10 10 10 10	1,9 2,7 3,65 1,9—3,65
<i>Ross, Sinclair, Czarnecki</i>	NACA T N 3020, T N 3648	10	1,4—2,01
<i>Scherrer</i>	NACA TR 1055, 1951	20	1,5—2,0 1,5—2,0
<i>Van Driest, Boison</i>	I. Aeronaut. Sci., 1955, vol. 22, p. 455	20	
<i>Gazlay</i>	I. Aeronaut. Sci., 1953, vol. 20, № 1	20	4,2
<i>Sack, Diaconis</i>	NACA TR 1055, 1951		3,12

общую тенденцию влияния сжимаемости при отсутствии теплообмена: увеличение чисел  $M$  приводит к уменьшению  $Re_{кр}$  с минимумом при  $M \approx 4,0$ . При изменении  $M$  от 1,5 до 4,0  $Re_{кр}$  падает от  $5 \cdot 10^6$  до  $2 \cdot 10^6$ , затем при увеличении  $M$  до 5  $Re_{кр}$  растет до значений  $3 \cdot 10^6$ . Охлаждение стенки конуса стабилизирует пограничный слой. По теории устойчивости [33] получены границы полной стабилизации пограничного слоя в зависимости от интенсивности теплообмена. На рис. 2.13 и 2.14 показаны теоретические и экспериментальные результаты Ван-Дриета, которые позволяют оценить границы перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Из рис. 2.14 следует, что для рассматриваемых условий охлаждение конуса не обеспечивает полной стабилизации пограничного слоя, так как граница устой-

Re<sub>x</sub> для конусов

Re <sub>x</sub> , кр	ψ	$\frac{V_x}{w_x}, \%$	$\frac{\Delta\psi}{1 + r \frac{k-1}{2} M^2}$	Примечание
(4,3—3,3)·10 <sup>6</sup> 3·10 <sup>6</sup> 2,7·10 <sup>6</sup>		0,6—6 0,6—6 0,6—6		Влияние турбулентности потока не замечено
(3,4—1)·10 <sup>6</sup>				
(12—5)·10 <sup>6</sup> (12—4)·10 <sup>6</sup> (8—3,5)·10 <sup>6</sup> (6—3,5)·10 <sup>6</sup>	1,4—1,65 1,5—2,3 1,8—3,4		0	
(7—8)·10 <sup>6</sup>			0	Влияние числа М не проявилось
4,1·10 <sup>6</sup> 3·10 <sup>6</sup>			0 0,14	Изменение Re <sub>кр</sub> за счет изменения Re <sub>L</sub>
(2,7—5,4)·10 <sup>6</sup>			0—(-0,38)	
4,5·10 <sup>6</sup>				
(3—0,85)·10 <sup>6</sup>			20,2—(+0,5)	

чивости для  $M = 4,97$  соответствует  $\psi = 2,7$ . В нашем случае

$$\psi = \frac{T_{ст}}{T_0} = 2,85; \quad \psi^* = \frac{T_{ст}}{T_0} = 5,15 \quad \text{и} \quad \frac{\Delta\psi}{1 + r \frac{k-1}{2} M_0^2} = -0,39.$$

По данным Ван-Дрифта и Бойсона (см. табл. 2.4) охлаждение конуса до значений

$$\frac{\Delta\psi}{1 + r \frac{k-1}{2} M_0^2} = -0,38$$

увеличивает Re<sub>x,кр</sub> в два раза. Ориентируясь на опыты Лауфера и Марте, можем считать, что при отсутствии охлаждения Re<sub>x,кр</sub> ≈

$\approx 3,0 \cdot 10^6$ . Для охлаждаемого конуса с учетом сказанного имеем

$$Re_{x_{кр}} = 6 \cdot 10^6, \quad x_{кр} \approx 0,08 \text{ м.}$$

*Расчет ламинарного пограничного слоя.*

Законы трения и теплообмена для ламинарного пограничного слоя можно представить в виде [34]

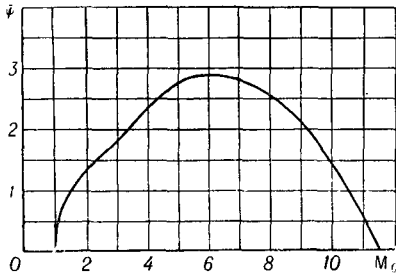


Рис. 2.13. Граница полной стабилизации пограничного слоя на конусе по Ван-Дристу ( $T_0 = 223^\circ\text{К}$ ).

$$\frac{c_f}{2} = \frac{0,22}{Re^{**}} \psi^{-0,22} \psi^{*-0,08}; \quad (2.90)$$

$$\Psi_{\text{лам}} = \psi^{-0,22} \psi^{*-0,08}. \quad (2.91)$$

Для случая  $T_{ст} = \text{const}$

$$St = \Psi_{\text{лам}} \frac{c_f}{2} \cdot \frac{1}{Pr^{2/3}}. \quad (2.92)$$

Уравнение импульсов для обтекания конуса имеет вид

$$\frac{d Re^{**}}{d\bar{x}} + \frac{Re^{**}}{\bar{x}} = Re_L \cdot \frac{c_f}{2}, \quad (2.93)$$

здесь  $Re_L = \omega_0 L / \nu_0$ ,  $c_f/2$  — местный коэффициент трения на конусе;  
 $\bar{x}$  — безразмерная координата вдоль по образующей конуса.

С учетом уравнения (2.90) интеграл уравнения (2.93) равен

$$Re^{**} = \sqrt{\Psi_{\text{лам}}} \cdot \frac{0,664}{\sqrt{3}} \sqrt{Re_x}. \quad (2.94)$$

Соответственно

$$\frac{c_f}{2} = \frac{0,574}{\sqrt{Re_x}} \sqrt{\Psi_{\text{лам}}} \quad (2.95)$$

и

$$St = \frac{0,574}{\sqrt{Re_x}} \frac{\sqrt{\Psi_{\text{лам}}}}{Pr^{2/3}}. \quad (2.96)$$

В точке перехода

$$Re_{кр}^{**} = \frac{0,664}{\sqrt{3}} \sqrt{\Psi_{\text{лам}}} \sqrt{Re_{x_{кр}}} = 0,383 \cdot 2,85^{-0,11} \times \\ \times 5,15^{-0,04} \sqrt{6 \cdot 10^6} = 788; \quad (2.97)$$

$$Re_{т, кр}^{**} = \frac{Re^{**}}{Pr^{2/3}} = 993;$$

$$c_{f_{кр}} = \frac{1,15 \sqrt{\Psi_{лам}}}{\sqrt{Re_{x_{кр}}}} = \frac{1,15 (1,19)^{-1}}{\sqrt{6 \cdot 10^6}} = 3,94 \cdot 10^{-4}.$$

Местный коэффициент трения

$$c_f = \frac{1,15 \psi^{-0,11} \psi^{*-0,01}}{\sqrt{\frac{\omega_0 \rho_0}{\mu_0} x}} = \frac{1,15 \cdot 2,85^{-0,11} \cdot 5,15^{-0,01}}{\sqrt{\frac{1750 \cdot 0,084}{1,93 \cdot 10^{-6}} x}} = \frac{1,105 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{x}}. \quad (2.98)$$

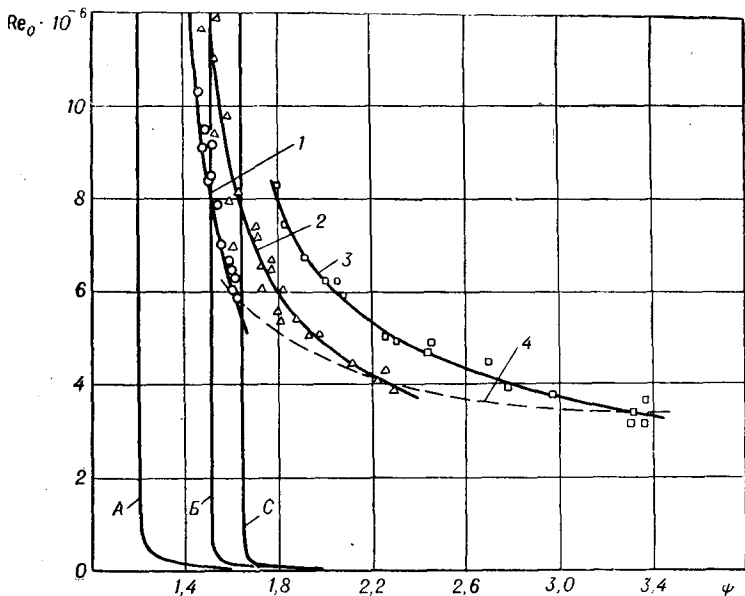


Рис. 2.14. Влияние охлаждения на переходное число Рейнольдса на конусе с углом  $210^\circ = 10^\circ$ .

A, B, C — границы полной устойчивости. 1 —  $M = 1,9$ ,  $Re_0 = 2,13 \cdot 10^7$ ; 2 —  $M = 2,7$ ,  $Re_0 = 2,64 \cdot 10^7$ ; 3 —  $M = 3,65$ ,  $Re_0 = 1,97 \cdot 10^7$ ; 4 — теплоизолированная поверхность.  $\circ$ ,  $\Delta$ ,  $\square$  — опыты Ван-Дриста.

Местный коэффициент теплообмена

$$\alpha = \frac{c_f}{2Pr^{2/3}} \gamma_0 c_{p0} \omega_0 = \frac{1,105 \cdot 10^{-4}}{2 \sqrt{x} \cdot 0,71^{2/3}} \cdot 0,824 \cdot 0,242 \cdot 1750 \cdot 3600 = \frac{86,7}{\sqrt{x}}. \quad (2.99)$$

Расчет трения и теплообмена в турбулентном пограничном слое.

Интеграл уравнения импульсов турбулентного пограничного слоя для случая обтекания конуса приводится к виду

Результаты расчетов трения и теплообмена (к примеру 1)

№ формул по тексту	Формулы и расчеты	Примечание
(2,2)	$\Psi_t = \Psi_s = \frac{1}{\psi^* - 1} \left[ \arcsin \frac{2(\psi^* - 1) + \Delta\psi}{\sqrt{4(\psi^* - 1)(\psi^* + \Delta\psi) + \Delta\psi^2}} - \arcsin \frac{\Delta\psi}{\sqrt{4(\psi^* - 1)(\psi^* + \Delta\psi) + \Delta\psi^2}} \right]^2 =$ $= \frac{1}{5,45 - 1} \left[ \arcsin \frac{\Delta\psi}{\sqrt{4(5,45 - 1)(5,45 - 1) - 2,3}} - \arcsin \frac{\Delta\psi}{\sqrt{4(5,45 - 1)(5,45 - 2,3) + 2,3^2}} \right]^2 = 0,311$	Предельный закон трения и теплообмена одинаков для конусов и пластин.
(2.101)	$n = \frac{1}{7}; \quad m = 0,25; \quad B = 0,0252; \quad H_0 = 1,28$ $T_{00} = T_0 \left( 1 + \frac{k-1}{2} M_0^2 \right) = 306 \left( 1 + \frac{1,4-1}{2} \cdot 4,97^2 \right) = 1820^\circ \text{ абс.}$ $\frac{\mu_{00}}{\mu_0} = \frac{6,25 \cdot 10^{-6}}{1,93 \cdot 10^{-6}}$ $c_f = \Psi_t B C^{\frac{m}{1+m}} \left[ \text{Re}_x - \frac{1}{\text{Re}_x^{1+m}} \left( \text{Re}_{x1}^{2+m} - \frac{\text{Re}_{x1}^{1+m} \text{Re}_1^{**1+m}}{C} \right) \right]^{\frac{1}{1+m}} =$ $= \Psi_t B \left[ \frac{1+m}{2(2+m)} B \Psi_t \left( \frac{\mu_{00}}{\mu_0} \right)^m \right]^{\frac{m}{1+m}} \left[ \frac{\omega_0 \rho_0}{\mu_0} x - \frac{1}{\left( \frac{\omega_0 \rho_0}{\mu_0} x \right)^{\frac{1+m}{1+m}}} \right]^{\frac{1}{1+m}} \times$	По табл. 2.1

№ формул по тексту	Формулы и расчеты	Примечание
(2.101)	$\left[ \left( \frac{\omega_0 \rho_0 x_1}{\mu_0} \right)^{2+m} - \frac{1+m}{2(2+m)} \frac{\omega_0 \rho_0 x_1}{\mu_0} \right] \frac{1+m}{2(2+m)} \frac{\text{Re}_1^{**1+m}}{B \Psi \left( \frac{\mu_{00}}{\mu_0} \right)^{m-1}}$ $\times \frac{m}{1+m} = \frac{1,97 \cdot 10^{-3}}{(x - 2,9 \cdot 10^{-3} x^{-1,25})^{0,2}}$	$x_1 = x_{кр} = 0,08$ $\text{Re}_1^{**}$ из расчета ламинарного пограничного слоя
(2.102)	$\text{St} = \Psi_s \frac{B}{2} \frac{1+m}{2(2+m)} \frac{B \Psi_t \left( \frac{\mu_{00}}{\mu_0} \right)^{m-1}}{(Pr_0,75)^{1+m}} \cdot \left\{ \frac{m}{\mu_0} x - \frac{1}{\left( \frac{\omega_0 \rho_0}{\mu_0} x \right)^{1+m}} \right\} \times$ $\left[ \left( \frac{\omega_0 \rho_0}{\mu_0} x_1 \right)^{2+m} - \frac{1+m}{2(2+m)} \frac{\omega_0 \rho_0}{\mu_0} x_1 \right] \frac{1+m}{2(2+m)} \frac{\text{Re}_{T1}^{**1+m} Pr_0,75}{B \Psi_t \left( \frac{\mu_{00}}{\mu_0} \right)^{m-1}} = \frac{m}{1+m} = \frac{3,69 \cdot 10^{-4}}{(x - 2,9 \cdot 10^{-3} x^{-1,25})^{0,2}}$ $\alpha = \text{St } c_p \gamma \omega_0 = \frac{3,69 \cdot 10^{-4}}{(x - 2,9 \cdot 10^{-3} x^{-1,25})^{0,2}} \cdot 0,24 \cdot 0,084 \cdot 9,81 \cdot 1750 \cdot 3600 =$ $= \frac{435}{(x - 2,9 \cdot 10^{-3} x^{-1,25})^{0,2}} \left[ \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \cdot \text{час} \cdot \text{град}} \right]$	$\text{Re}_{T1}^{**} = \text{Re}_{T,кр}$ из расчета ламинарного пограничного слоя

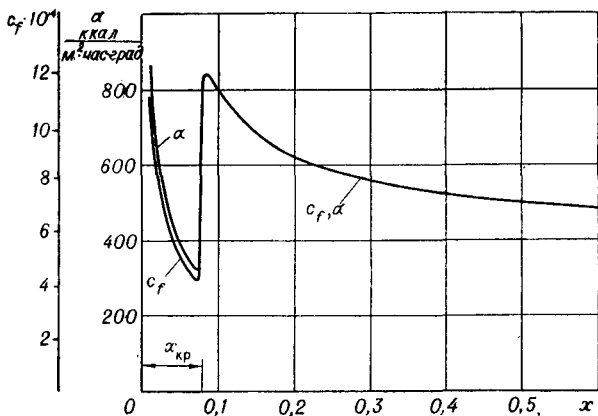


Рис. 2.15. Результаты расчета трения и теплообмена на конусе с углом  $2\omega = 10^\circ$  при  $M_0 = 6,0$ .

Таблица 2.6

Исходные данные к примеру 2

$\tau_1$ , сек	$\frac{H}{M}$	$w_\infty$ , м/сек	$\rho_\infty$ , мм.рт.ст.	$T_\infty$ , °К	$\rho_\infty$ , кг.сек/м <sup>4</sup>	$M_\infty$	$t_{ст}$ , °С
60	13 200	485	119,8	216,5	$2,62 \cdot 10^{-2}$	1,64	24
70	19 000	660	48	216,5	$1,05 \cdot 10^{-2}$	2,23	52
75	22 500	800	27,6	216,5	$0,605 \cdot 10^{-2}$	2,7	80
80	26 500	925	14	216,5	$0,307 \cdot 10^{-2}$	3,12	111,5
85	32 200	1100	7,2	216,5	$0,157 \cdot 10^{-2}$	3,72	138

четов ламинарного и турбулентного пограничного слоя для рассматриваемых условий представлены в табл. 2.7 и на рис. 2.16.

Пример 3.

Произвести расчет удельной тепловой нагрузки по длине сопла жидкостного двигателя. Исходные данные для расчета:

Давление в форкамере . . . . .	6,82; 14,06 ата
Характеристическая скорость . . . . .	1617; 1653 м/сек
Температура стенки сопла . . . . .	478° К
Коэффициент восстановления ( $r$ ) . . . . .	0,9
Топливо гидразин ( $N_2H_4$ ) и четырехокись азота $N_2O_4$ . . . . .	В отношении 1 : 1
Показатель адиабаты . . . . .	$k = 1,22$
Газовая постоянная . . . . .	$R = 44,49$



## Результаты расчетов ламинарного и турбулентного пограничных слоев (к примеру 2)

Формулы	τ, сек				
	60	70	75	80	85

## Ламинарный пограничный слой

$St = \frac{0,574 \sqrt{\Psi_s}}{\sqrt{Re_x} Pr^{1/3}}$	0,288·10 <sup>-3</sup>	0,372·10 <sup>-3</sup>	0,415·10 <sup>-3</sup>	0,535·10 <sup>-3</sup>	0,65·10 <sup>-3</sup>
$\alpha = St \cdot c_{\rho 0} \gamma_{0\omega 0} \cdot 3600 \left[ \frac{KkAl}{M^2 \cdot \text{час} \cdot \text{град}} \right]$	34,9	27,3	23,7	21,2	16,5
$Re_{\tau 1}^{**} = \frac{0,383}{Pr^{1/3}} \psi^{-0,11} \psi^{*-0,04} \sqrt{Rc_x}$	1 100	845	727	560	452

## Турбулентный пограничный слой

$\Psi_s = \frac{1}{\psi^* - 1} \left[ \arcsin \frac{2(\psi^* - 1) + \Delta\psi}{\sqrt{4(\psi^* - 1)(\psi^* + \Delta\psi) + \Delta\psi^2}} - \arcsin \frac{\Delta\psi}{\sqrt{4(\psi^* - 1)(\psi^* + \Delta\psi) + \Delta\psi^2}} \right]^2$	0,834	0,79	0,728	0,694	0,585
$m = 0,25; B = 0,0252$					
$St = \Psi_s \frac{B}{C} \frac{C^{-1+m}}{(Pr^{0,75})^{1+m}} \left[ Re_x - \frac{1}{Re_x^{1+m}} \times \left( Re_{x_1}^{2+m} - \frac{Re_{\tau 1}^{1+m} Re_{\tau 1}^{**1+m} Pr^{0,75}}{C} \right) \right]^{1+m}$	0,0022	0,00228	0,00215	0,00224	0,00198
$\alpha = St \cdot c_{\rho 0} \gamma_{0\omega 0} \cdot 360 \left[ \frac{KkAl}{M^2 \cdot \text{час} \cdot \text{град}} \right]$	267	168	123	85,8	50,5

Геометрические размеры сопла представлены на рис. 2.17 и 2.18.

Продукты сгорания гидразина в четырехокиси азота состоят из смеси азота, водорода и водяных паров.

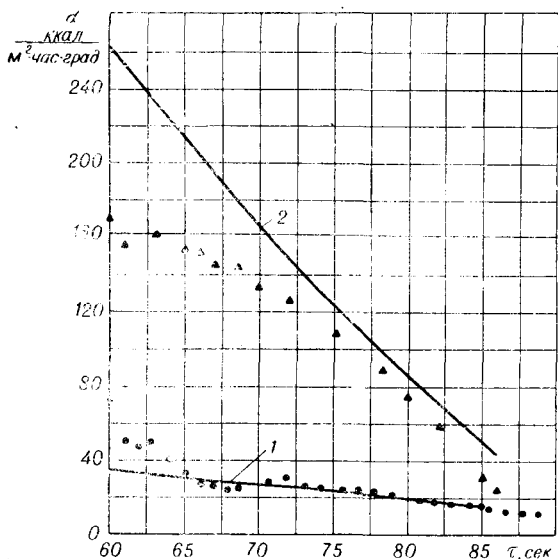


Рис. 2.16. Сопоставление результатов расчета примера 2 с опытными данными [35].

1 — ламинарный пограничный слой; 2 — турбулентный пограничный слой.  $\blacktriangle$  — опытные значения  $\alpha$  после турбулизатора;  $\bullet$  — опытные значения  $\alpha$  для ламинарного режима.

Весовые концентрации этих газов равны (при  $\frac{m_{\text{окисл}}}{m_{\text{топливо}}} = 1,0$ ):

$$C_{N_2} = 0,59; \quad C_{H_2} = 0,019; \quad C_{H_2O} = 0,391.$$

Таблица 2.8

Теплоемкость и вязкость продуктов сгорания (к примеру 3)

$T, ^\circ\text{C}$	1000	1200	1400	1600	1800	2000
$c_p, \text{ккал/кг}\cdot\text{град}$	0,473	0,490	0,505	0,517	0,527	0,536
$\mu \cdot 10^6, \text{кг}\cdot\text{сек/м}^2$	3,86	4,25	4,60	4,96	5,30	5,56

$x$ (вдоль оси), м	0,2134	0,229	0,241	0,254	0,266	0,279	0,292
$E$ (1)	0,127	0,124	0,122	0,12	0,119	0,116	0,114
$E$ (2)	0,111	0,109	0,106	0,104	0,103	0,101	0,099
$\Psi_{T0}$ ( $Re^{**}=5000$ )	1,32	1,32	1,31	1,31	1,30	1,29	1,26
$\Psi_T$ ( $Re^{**} \rightarrow \infty$ )	2,0	1,96	1,94	1,92	1,90	1,88	1,82
$(\mu_0/\mu_{00})^{0,25}$ (1)	1	0,999	0,999	0,998	0,990	0,988	0,980
$(\mu_0/\mu_{00})^{0,25}$ (2)	1	0,999	0,999	0,998	0,990	0,988	0,982
$(R/R_{кр})^{-0,75}$	0,834	0,858	0,903	0,955	0,991	1	0,99
$(R/R_{кр})^{0,25}$	1,064	1,052	1,032	1,016	1,004	1	1,004
$\Delta T$ , °C (1)	2342	2340	2330	2320	2310	2300	2290
$\Delta T$ , °C (2)	2462	2460	2450	2430	2420	2410	2405
$\gamma_0 \omega_0$ , $\frac{кг}{м^2 \cdot сек}$ (1)	252	271	317	354	401	414	401
$\gamma_0 \omega_0$ , $\frac{кг}{м^2 \cdot сек}$ (2)	508	548	642	738	810	835	810
$Cp_0$ , $\frac{ккал}{кг \cdot ^\circ C}$ (1)	0,554	0,552	0,550	0,549	0,548	0,548	0,542
$Cp_0$ , $\frac{ккал}{кг \cdot ^\circ C}$ (2)	0,556	0,554	0,552	0,552	0,550	0,548	0,545
$q \cdot 10^{-6}$ , $\frac{ккал}{м^2 \cdot час}$ (1)	3,12	3,24	3,58	4,00	4,20	4,12	3,77
$q \cdot 10^{-6}$ , $\frac{ккал}{м^2 \cdot час}$ (2)	5,84	6,09	6,65	7,35	7,7	7,65	6,96
$A/A_{кр}$	1,64	1,525	1,3	1,135	1,03	1	1,03

$$E = \left[ \frac{B(1+m)}{2 \operatorname{Pr}^{0,75}} \operatorname{Re}_{кр} \int_0^{\bar{x}} \Psi_T \left( \frac{\mu_0}{\mu_{00}} \right)^{0,25} \left( \frac{R}{R_{кр}} \right)^{-0,75} d\bar{x} \right]^{-0,2};$$

$A$  — текущая площадь поперечного сечения сопла.

Таблица 2.9

0,305	0,317	0,330	0,356	0,381	0,406	0,432	0,457	0,465
0,112	0,1116	0,1105	0,109	0,107	0,106	0,105	0,1043	0,1039
0,0985	0,097	0,096	0,095	0,094	0,093	0,092	0,091	0,0909
1,22	1,20	1,18	1,16	1,14	1,14	1,13	1,12	1,11
1,8	1,75	1,68	1,64	1,54	1,5	1,46	1,42	1,4
0,971	0,964	0,958	0,948	0,940	0,931	0,924	0,916	0,915
0,973	0,966	0,960	0,950	0,943	0,934	0,929	0,919	0,917
0,952	0,91	0,872	0,803	0,746	0,695	0,654	0,617	0,607
1,016	1,03	1,044	1,073	1,104	1,13	1,152	1,175	1,182
2280	2270	2270	2260	2250	2240	2230	2230	2225
2400	2395	2390	2380	2370	2360	2350	2350	2340
362	322	286	232	189	158	133	115	109
732	649	579	466	374	319	269	232	221
0,540	0,535	0,530	0,525	0,517	0,510	0,507	0,502	0,500
0,542	0,537	0,532	0,527	0,520	0,512	0,510	0,505	0,503
3,20	2,77	2,4	1,9	1,49	1,23	1,02	0,87	0,815
5,96	5,17	4,49	3,50	2,75	2,31	1,92	1,62	1,53
1,14	1,28	1,44	1,785	2,18	2,615	3,085	3,6	3,78

В табл. 2.8 представлены результаты расчета теплоемкости и вязкости продуктов сгорания. Температура торможения газа связана с характеристической скоростью соотношением

$$T_{00} = \frac{(C^*)^2 [\beta \chi(k)]^2}{g \cdot R}, \quad (2.103)$$

где

$$\chi(k) = \frac{\sqrt{\frac{2k}{k+1}}}{\left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}}},$$

$\beta$  — коэффициент расхода;  $k = 1,22$  и  $R = 44,49 \text{ кг} \cdot \text{м/кг} \cdot \text{град}$ . Тогда для  $C^* = 1617 \text{ м/сек}$   $T_{00} = 2820,7^\circ \text{К}$  и для  $C^* = 1653 \text{ м/сек}$   $T_{00} = 2940^\circ \text{К}$ .

Расчетная формула для коэффициента теплоотдачи имеет вид

$$\alpha = \frac{B}{2} c_{p0} 3600 \gamma_0 \omega_0 \text{Pr}^{-0,75} \Psi_{T0} \left(\frac{\mu_0}{\mu_{00}}\right)^m \left(\frac{R}{R_{кр}}\right)^m \times \\ \times \left[ \frac{B(1+m) \gamma_{кр} \omega_{кр}}{2 \text{Pr}^{0,75} g \mu_{00}} \cdot \int_0^x \Psi_T \left(\frac{\mu_0}{\mu_{00}}\right)^m \left(\frac{R}{R_{кр}}\right)^{1-m} dx \right]^{-\frac{m}{m+1}}. \quad (2.104)$$

Принимая  $m = 0,25$ ;  $B = 0,0252$ ;  $\text{Pr}^{0,75} = 0,846$ , получим

$$\alpha = c_{p0} \gamma_0 \omega_0 \cdot 53,6 \Psi_{T0} \left(\frac{\mu_0}{\mu_{00}}\right)^{0,25} \left(\frac{R}{R_{кр}}\right)^{0,25} \times \\ \times \left[ 0,0186 \frac{\gamma_{кр} \omega_{кр}}{g \mu_{00}} \int_0^x \Psi_T \left(\frac{\mu_0}{\mu_{00}}\right)^{0,25} \left(\frac{R}{R_{кр}}\right)^{-0,75} dx \right]^{-0,2}. \quad (2.105)$$

Величина удельных тепловых потоков подсчитывалась по формуле

$$q_{ст} = \alpha (T_{ст} - T^*). \quad (2.106)$$

Результаты расчетов приведены в табл. 2.9 и представлены на рис. 2.17 и 2.18. На этих же графиках показаны результаты опытов Витте и Харпера [36] на реальном двигателе при тех же условиях, для которых были произведены расчеты. Точки соответствуют измерениям тепловых потоков, основанных на нестационарном методе. Ломаной линией показаны результаты балан-

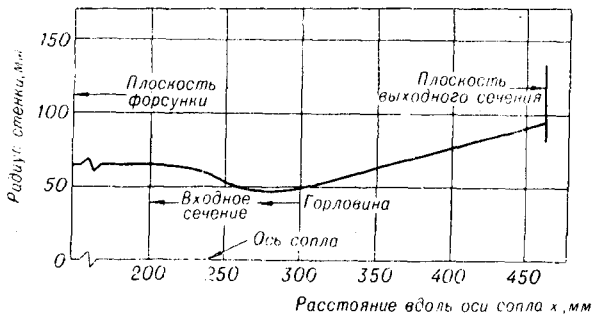
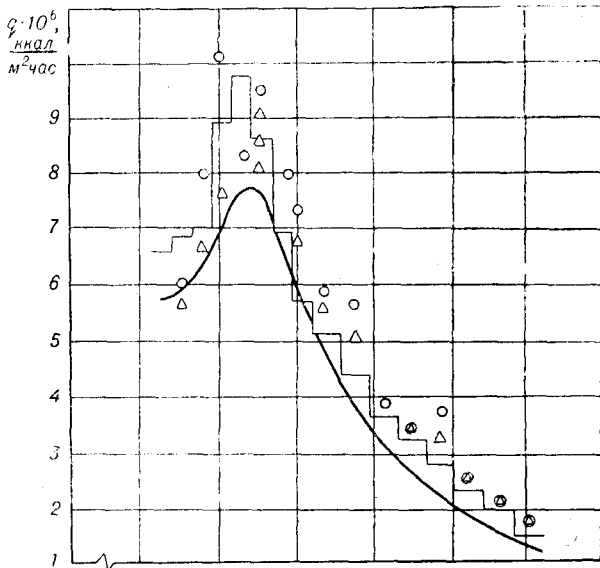


Рис. 2.17. Сопоставление результатов расчета теплообмена в сопле с опытами работы [36].  $p_{00} = 6,82 \text{ атa}$ .

— расчет по формуле (2.105);  $\circ$ ,  $\Delta$  — измерение по перепаду температур в стенке; ломаная линия — калориметрический метод.

совых измерений. Как видно из графиков, предложенный метод расчета находится в удовлетворительном соответствии с опытами.

#### Пример 4.

Произвести расчет изменения толщины потери импульса и формпараметра  $N = \delta^*/\delta^{**}$  для сверхзвукового турбулентного

Результаты расчета к примеру 4

$\bar{x}$	M	$\frac{w_0}{m/сек}$	$\psi^*$	$H_{кр}$	$\Psi$	$B^*)$	$C^{**})$	$\int_0^x A dx \cdot 10^{***})$	Re**	$\delta^{***}$ , мм	$\frac{dw}{dx}$ , сек	$-f \cdot 10^3$	$-f_{кр} \cdot 10^3$	$\frac{f}{f_{кр}}$	$\bar{H}$	H
0	3,01	668	2,64	5,82	0,5	1	1	0	1050	0,406	1310	0,8	1,02	0,785	0,975	5,66
0,2	2,76	644	2,37	5,19	0,54	1,34	0,69	0,616	1460	0,455	1750	1,13	1,31	0,86	0,98	5,08
0,4	2,49	616	2,12	4,59	0,58	1,78	0,485	1,21	2020	0,490	2399	1,66	1,68	0,985	0,999	4,59
0,6	2,17	577	1,85	3,94	0,63	2,32	0,349	1,83	2690	0,496	2180	1,8	2,4	0,75	0,96	3,78
0,8	1,93	542	1,67	3,50	0,68	2,98	0,255	2,46	3580	0,546	1500	1,65	2,88	0,574	0,94	3,29
1,0	1,79	518	1,577	3,27	0,73	3,8	0,189	3,05	4670	0,63	1500	1,97	3,28	0,6	0,941	3,07
-0,4	3,01	668	2,64	5,82							0	0		0	0,89	5,2

$$*) B = \frac{1}{\exp \int (1 + H_{кр}) \frac{dw_0}{w_0}}$$

$$**) C = \exp(1 + m) \int (1 + H_{кр}) \frac{dw_0}{w_0}$$

$$***) A = \Psi \left( \frac{\rho_0}{\rho_{00}} \right)^m \cdot \frac{w_0}{2g} \cdot C$$

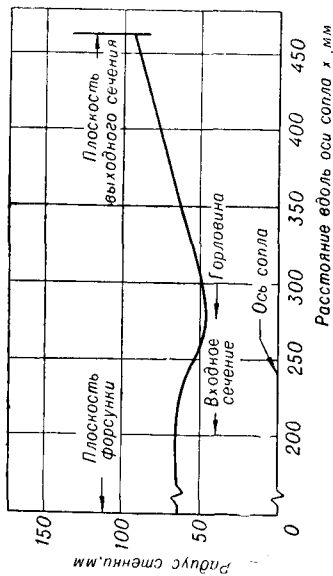
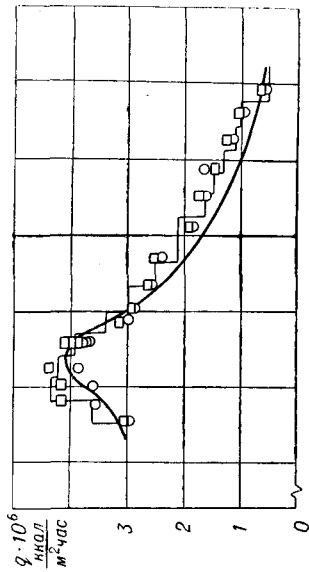


Рис. 2.18. Сопоставление результатов расчета теплообмена в сопле с опытами работы [36]  $p_{00} = 14,06$  атл. — расчет по формуле (2.105);  $\circ$ ,  $\square$  — измерение по перепаду температур в стенке; ломаная линия — калориметрический метод.

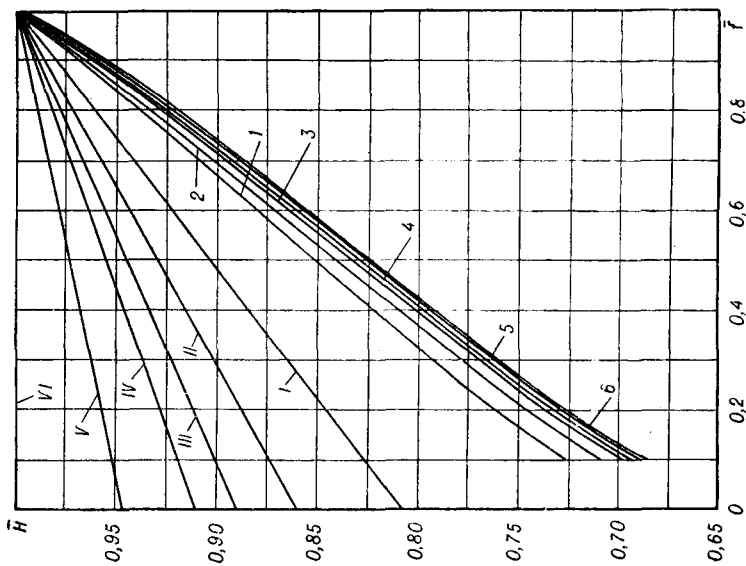


Рис. 2.19. Влияние сжимаемости на зависимость  $\eta$  от  $\xi$ .  
 I —  $M = 1,5$ ; II —  $M = 2,5$ ; III —  $M = 3,0$ ; IV —  $M = 4,0$ ;  
 V —  $M = 6,0$ ; VI —  $M > 10$ ; 1 —  $Re^{**} = 2 \cdot 10^5$ ; 2 —  $Re^{**} = 2 \cdot 10^6$ ;  
 3 —  $Re^{**} = 5 \cdot 10^7$ ; 4 —  $Re^{**} = 5 \cdot 10^8$ ; 5 —  $Re^{**} = 5 \cdot 10^9$ ;  
 6 —  $Re^{**} = 5 \cdot 10^{10}$ .



пограничного слоя в диффузорной области. Ниже приводятся исходные данные для расчета:

$T_{00} = 338^\circ \text{ K}$ , стенка диффузора теплоизолирована;

$p_{00} = 1 \text{ ата}$ ;

$\delta_0^{**} = 0,406 \text{ мм}$  (при  $\bar{x} = 0$ ).

Изменение числа  $M$  по длине сверхзвукового диффузора (согласно [37])

$\bar{x} = \frac{x}{L}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$M$	3,01	2,76	2,49	2,17	1,93	1,79

Геометрические размеры диффузора см. на рис. 2.20. В работе [1] показано, что с увеличением числа  $M$  отношение  $H_{кр}/H_{кр,0}$  при-

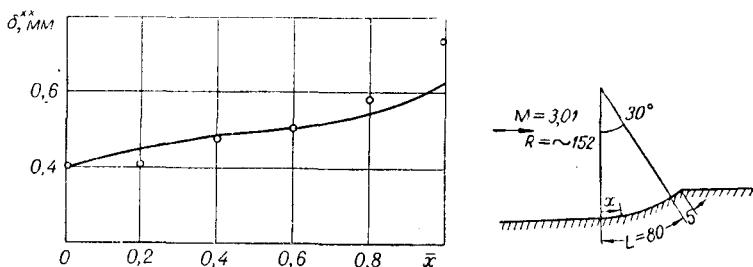


Рис. 2.20. Изменение  $\delta^{**}$  по длине диффузора.

— расчет;  $\circ$  — опыты работы [37].

ближается к единице. На рис. 2.19 представлена зависимость параметра  $\bar{H} = H/H_{кр}$  от параметра  $f = f/f_{кр}$  при различных числах  $M$ .

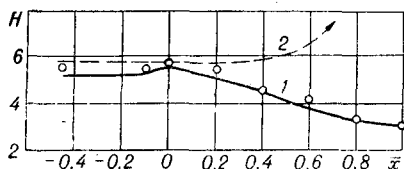


Рис. 2.21. Изменение формпараметра  $H$  по длине диффузора.

1 — расчет по предложенной методике; 2 — расчет по работе [38];  $\circ$  — опыты работы [37].

Результаты расчета турбулентного пограничного слоя, приведенного по формулам, изложенным в пункте 2.3, приводятся в табл. 2.10 и на рис. 2.20 и 2.21. На этих же графиках приводятся результаты опытов работы [37]. Как видно из графиков, предложенный метод расчета находится в удовлетворительном соответствии с опытами.

1. С. С. Кутателадзе, А. И. Леонтьев. Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. Изд-во СО АН СССР, 1962.
2. Ф. Франкль, В. Войшелъ. Трение в турбулентном пограничном слое около пластинки в плоскопараллельном потоке сжимаемого газа при больших скоростях.— Тр. ЦАГИ, 1937, № 321.
3. F. Smith, R. Haugor. The turbulent boundary layer with heat-transfer and compressible flow. (Турбулентный пограничный слой с теплопередачей и сжимаемостью). R. A. E. TN. Aeronaut., 1946, № 1759.
4. Th. von Karman. The problem of resistance in compressible fluids. (Проблема сопротивления в сжимаемых средах). 5 th Volta Congress. Rome, 1935.
5. D. H. Clemow. The turbulent boundary layer flow of a compressible fluid along a flat plate. (Турбулентный пограничный слой потока сжимаемой среды на плоской пластине). A. R. C. 14051, F. M. 1568, DGWRD Rept. 50/6, 1951.
6. E. R. van Driest. Turbulent boundary layer in compressible fluids. (Турбулентный пограничный слой в сжимаемых средах). J. Aeronaut. Sci., 1951, vol. 18, № 216, pp. 145—160.
7. W. F. Cole. The turbulent boundary layer in compressible flow. (Турбулентный пограничный слой в сжимаемом потоке.). A. R. C. R. M., 1943, p. 2840.
8. R. I. Monaghan. Comparison between experiment measurements and a suggested formula for the variation of turbulent skin friction in compressible flow. (Сопоставление экспериментальных данных с предложенной формулой для вычисления турбулентного трения в сжимаемом потоке). A. R. C. C. P. 45, 1950.
9. E. M. Winkler. Investigation of flat plate hypersonic turbulent boundary layers with and without heat transfer. (Исследования гиперзвукового турбулентного пограничного слоя на плоской пластине с теплообменом и без теплообмена). J. Appl. Mech., Trans. ASME. Series E., 1961, vol. 28, pp. 323—329.
10. C. B. M. Young, E. Janssen. The compressible boundary layer. (Сжимаемый пограничный слой). J. Aeronaut. Sci., 1952, vol. 19, pp. 229—236.
11. C. du P. Donaldson. On the form of the turbulent skin friction law and its extension to compressible flows. (Закон распределения трения в турбулентном потоке и распространение его на случай движения сжимаемого газа). NACA, TN, № 2962, 1952.
12. E. R. G. Eckert. Engineering relating for friction and heat transfer to surfaces in high velocity flow. (Инженерный способ расчета трения и теплообмена в потоках с высокой скоростью). J. Aeronaut. Sci., 1955, vol. 22, № 8, pp. 585—587.
13. M. Tucker. Approximate calculation of turbulent boundary layer development in compressible flow. (Приближенный расчет турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе). NACA, TN, 1951, № 2337.
14. D. A. Spence. Distribution of velocity, enthalpy and shear stress in the compressible turbulent boundary layer on a flat plate. (Распределение скорости, энтальпии и касательного напряжения в турбулентном пограничном слое сжимаемого газа). R. A. E. Rept. Aeronaut., 1959, № 2631.
15. S. C. Sommer, B. I. Short. Free-flight measurement of turbulent-boundary — layer skin friction in the presence of severe aerodynamic heating at Mach from 2,8 to 7,00. (Измерение трения в условиях свободного полета при  $M$  от 2,8 до 7,00). NACA, TN, 1955, № 3391.

16. R. E. Wilson. Turbulent boundary layer characteristics at supersonic speeds. Theory and experiments. (Свойства турбулентного пограничного слоя при сверхзвуковых скоростях. Теория и эксперимент). *J. Aeronaut. Sci.*, 1950, vol. 17, № 9, pp. 585—594.
17. E. R. van Driest. The turbulent boundary layer with variable Prandtl number, in «50 years of boundary layer theory». (Турбулентный пограничный слой при разных значениях числа  $Pr$  в книге «50 лет пограничного слоя»). 1955, pp. 257—271.
18. F. W. Matting, D. R. Chapman, J. R. Nyholm. Turbulent skin friction at high Mach numbers and Reynolds numbers in air and helium. (Турбулентное трение при высоких числах Маха и Рейнольдса в воздухе и гелии). NASA, TR R-82, 1961.
19. Л. В. Козлов. Экспериментальное исследование поверхностного трения на плоской пластине в сверхзвуковом потоке при наличии теплообмена.— *Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение*, 1963, № 2.
20. R. J. Monaghan, J. E. Johnson. The measurement of heat transfer and skin friction at supersonic speeds. Part II. Boundary layer measurements on a flat plate at  $M = 2,5$  and zero heat transfer. (Измерение теплоотдачи и трения при сверхзвуковых скоростях. Часть II. Измерения в пограничном слое на плоской пластине при  $M = 2,5$  и отсутствии теплопередачи). *ARS. CP* 64, 1952.
21. R. J. Monaghan, J. R. Cooke. The measurements of heat transfer and skin friction at supersonic speeds. Part IV. Tests on a flat plate at  $M = 2,82$ . (Измерения теплоотдачи и трения при сверхзвуковых скоростях. Часть IV. Опыты на плоской пластине при числе  $M = 2,82$ ). *ARS. CP* 140, 1953.
22. J. H. Abbott. Some factors contributing to scale effect at supersonic speeds. (Факторы, способствующие масштабным эффектам при сверхзвуковых скоростях). A. G. A. R. D. Memo. AG/8M4, 1953.
23. C. C. Parra. Measurement of heat transfer in the turbulent boundary layer on a flat plate in supersonic flow and comparison with skin friction results. (Изменение теплопередачи в турбулентном пограничном слое на плоской пластине при сверхзвуковом течении и сравнение с результатами по трению). NASA, TN, № 3222, 1954.
24. F. K. Hill. Boundary layer measurements in hypersonic flow. (Измерения в пограничном слое сверхзвукового потока). *J. Aeronaut. Sci.*, 1956, vol. 23, pp. 35—42.
25. F. K. Hill. Turbulent boundary layer measurements at  $M = 8 \div 10$ . (Измерения в турбулентном пограничном слое при  $M = 8 \div 10$ ). *Phys. of fluids*, 1959, vol. 2, № 6, pp. 668—680.
26. R. K. Lobb, E. M. Winkler, G. Persh. Experimental investigation of turbulent boundary in hypersonic flow. (Экспериментальное исследование турбулентного пограничного слоя при гиперзвуковом течении). *J. Aeronaut. Sci.*, 1955, vol. 22, № 1, pp. 1—10.
27. P. H. Pose, R. F. Probst, Mac. C. Adams. Turbulent heat transfer through a highly cooled partially dissociated boundary layer. (Турбулентная теплопередача при сильно охлажденном и частично диссоциированном газе). *J. Aeronaut. Sci.*, 1958, vol. 22, № 12, pp. 751—761.
28. R. Eichhorn, E. R. Eckert, A. D. Anderson. *Trans. ASME, Seriec. C.*, 1960, vol 82, № 4, pp. 349—358.
29. N. A. Hall, Price. International development in heat transfer. (Международные достижения в теплопередаче). Colorado, U. S. A., 1961.
30. А. И. Леонтьев, В. К. Федоров. Влияние условий входа на закон теплообмена в начальном участке цилиндрической трубы.— *ИФЖ*, 1961, № 7.

31. W. H. D o r r a n s e. Dissociation effects upon compressible turbulent boundary layer skin friction and heat transfer. (Влияние диссоциации при сжимаемом турбулентном пограничном слое на трение и теплопередачу). ARS J., 1961, vol. 31, № 1, pp. 61—71.
32. Ю. А. К и б а р д и н, С. А. К у з н е ц о в. Атлас газодинамических функций при больших скоростях и высоких температурах воздушных потоков. ГЭП, 1961.
33. E. R. V a n D r i e s t. Turbulent flow and heat transfer. Series: High speed aerodynamic and jet propulsion. (Турбулентный поток и теплопередача). 1959, vol. VI.
34. С. С. К у т а т е л а д з е. Основы теории теплообмена. Машгиз, 1963.
35. С н о д р г р а с с. Полетные измерения аэродинамического нагрева и переходной зоны пограничного слоя на носовом конусе ракеты Викинг-10. 1957, ВРТ, № 1.
36. A. B. W i t t e, E. G. H a r p e r. Experimental investigation of heat transfer rates in rocket thrust chambers. (Экспериментальное исследование теплоотдачи в соплах ракетных двигателей). AIAA J., 1963, vol. 1, № 2, February.
37. G. H. M c L a f f e r t y, R. E. V a r b e r. The effect of adverse pressure gradients on the characteristics of turbulent boundary layers in supersonic streams. (Эффект влияния градиента давления на характеристики турбулентного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке). J. of the Aerospace Sci., 1962, vol. 29, № 1.
38. E. R e s h o t k o, M. T u c k e r. Approximate calculation of the compressible turbulent boundary layers with heat transfer and arbitrary pressure gradient. (Приближенный расчет турбулентного пограничного слоя сжимаемого газа при наличии теплообмена и произвольного градиента давления). NASA TN 4154, Dec., 1957.